EXAMEN DE INGRESO - 2012
ASIGNATURA MATEMÁTICA

1) Obtener el mínimo común múltiplo de los números: 48, 72 y 90.

2) Calcular el valor de "x" en la ecuación: $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{1-x}$

3) Racionalizar y simplificar: $\frac{4-x}{1-\sqrt{x-3}}$

4) Factorear y simplificar: $\dfrac{\frac{1}{a^2}-\frac{2b}{a}+b^2}{\frac{1}{a^2}-b^2}$

5) Aplicar las propiedades de los logaritmos y luego despejar "x" en la ecuación:

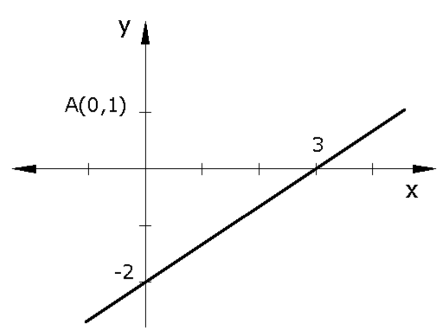
$$\frac{\log_3 \sqrt{27}}{x-1}=\frac{\log_2\left(\frac{1}{16}\right)}{2-x}$$

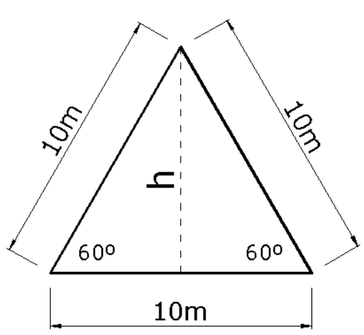
6) Si un portaminas vale \$3.50 más que un bolígrafo, calcular el precio de cada portaminas y de cada bolígrafo si por un total de 12 portaminas y 20 bolígrafos se han pagado \$122 en total.

7) Determinar la ecuación de segundo grado cuyas raíces valen $x_1=1+\sqrt{3}$ y $x_2=1-\sqrt{3}$, siendo a = 1 su coeficiente del término de segundo grado.

8) Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto A (0,1) y que resulta paralela a la recta representada en la figura.

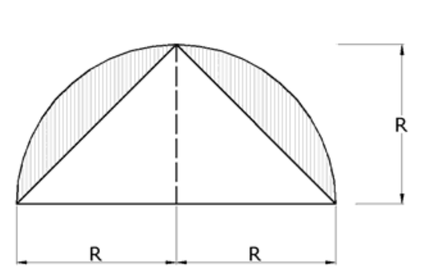
Observación: esta última recta está definida por los puntos (0, -2) y (3, 0).





9) Calcular el área del triángulo equilátero de la figura que se adjunta.

10) Si el área rayada de la figura vale 1 m^2 calcular cuánto mide el radio **R** del semicírculo.



Soluciones Examen de Ingreso de Matemática- 2012

1)

48	2	72	2	90	2
24	2	36	2	45	3
12	2	18	2	15	3
6	2	9	3	5	5
3	3	3	3	1	
1		1			

Resultando:

$$48 = 2^4.3^1 = 48$$

$$72 = 2^3.3^2 = 72$$

$$90 = 2^1.3^2.5^1 = 90$$

El mínimo común múltiplo vale: $\boxed{m.c.m = 2^4.3^2.5^1 = 720}$

---

2) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1-x}$. Multiplicando m. a m. por (x^2 - 1) resulta: $\frac{x^2-1}{x-1} - \frac{x^2-1}{x+1} = \frac{x^2-1}{1-x}$ Simplificando los factores repetidos en el denominador y denominador y teniendo especialmente en cuenta que el cociente entre (x-1) y (1-x) vale -1, se llega a la ecuación: $(x+1)-(x-1) = -(x+1)$.

Desarrollando esta ecuación y ordenándola: $2 = -(x+1)$, $x+1 = -2$ Luego: $\boxed{x = -2-1 = -3}$

---

3) $\frac{4-x}{1-\sqrt{x-3}} = \frac{4-x}{1-\sqrt{x-3}} . \frac{1+\sqrt{x-3}}{1+\sqrt{x-3}} = \frac{(4-x)(1+\sqrt{x-3})}{1^2-(\sqrt{x-3})^2} = \frac{(4-x)(1+\sqrt{x-3})}{1-(x-3)} = \frac{(4-x)(1+\sqrt{x-3})}{(4-x)} = (1+\sqrt{x-3})$

Resultado: $\boxed{(1+\sqrt{x-3})}$

---

4) $\dfrac{\frac{1}{a^2} - \frac{2b}{a} + b^2}{\frac{1}{a^2} - b^2} = \dfrac{\left(\frac{1}{a}-b\right)^2}{\left(\frac{1}{a}+b\right).\left(\frac{1}{a}-b\right)} = \dfrac{\left(\frac{1}{a}-b\right).\cancel{\left(\frac{1}{a}-b\right)}}{\left(\frac{1}{a}+b\right).\cancel{\left(\frac{1}{a}-b\right)}} = \dfrac{\left(\frac{1}{a}-b\right)}{\left(\frac{1}{a}+b\right)}$ Resultado : $\boxed{\dfrac{\left(\frac{1}{a}-b\right)}{\left(\frac{1}{a}+b\right)}}$

---

5) $\frac{\log_3 \sqrt{27}}{x-1} = \frac{\log_2\left(\frac{1}{16}\right)}{2-x}$ Se transforma en $\frac{\log_3 (27)^{\frac{1}{2}}}{x-1} = \frac{\log_2 (16)^{-1}}{2-x}$ y luego en $\frac{\log_3 (3^3)^{\frac{1}{2}}}{x-1} = \frac{\log_2 (2^4)^{-1}}{2-x}$

Aplicando la propiedad del logaritmo de una potencia: $\frac{\frac{1}{2}.3\log_3(3)}{x-1} = \frac{(-4)\log_2(2)}{2-x}$ $\therefore$ $\frac{\frac{3}{2}}{x-1} = \frac{(-4)}{2-x}$.

Igualando el producto de los términos extremos al producto de los términos medios, resulta: $\frac{3}{2}(2-x) = (-4)(x-1)$.

Multiplicando m. a m. por 2, desarrollando y despejando x: $3(2-x) = (-8)(x-1) \therefore 6-3x = -8x+8 \therefore$ $\boxed{x = \frac{2}{5}}$

---

6) Siendo **P**: precio unitario de un portaminas y **B:** precio unitario de un bolígrafo, se plantea :

$$\begin{cases} P = B+3{,}5 \\ 12P + 20B = 122 \end{cases}$$

Si en la segunda ecuación se reemplaza el valor de P indicado en la primera: $12(B+3{,}5)+20B = 122$

Desarrollando esta expresión y luego despejando L $12B + 42 + 20B = 122 \therefore$ $32B = 122-42 = 80$

$B = \frac{80}{32} = \frac{10}{4} = 2{,}50$. Además $P = B + 3.5 = 2.5 + 3.5 = 6$

Conclusiones: $\boxed{\text{Precio de un bolígrafo B= \$2.50; Precio de un portaminas P = B + 3.50= 2.50 + 3.50 = \$6.00}}$

---

7) Puede aplicarse: $\mathbf{x^2 - Sx + P = 0}$ en la cual: $\mathbf{S = x_1 + x_2}$ (Suma de las raíces) y $\mathbf{P = x_1 . x_2}$ (Producto de las raíces).

Para este caso $S = (1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3}) = 1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3} = 2$ $P = (1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3}) = 1^2-(\sqrt{3})^2 = 1-3 = -2$

Finalmente la ecuación pedida es $\boxed{\mathbf{x^2 - 2x - 2 = 0}}$ (Se verifica que a = 1)

---

8) Pendiente recta representada $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2)}{3-0} = \frac{2}{3}$; Pendiente recta paralela: $m' = m = \frac{2}{3}$.

Ecuación punto- pendiente $y - y_A = m'(x - x_A) \therefore y - 1 = \frac{2}{3}(x-0)$. Finalmente $\boxed{y = \frac{2}{3}x + 1}$

---

9) Altura del triángulo $h = 10m.sen60^{\circ} = 8.660254m$ Base $b = 10m.$

Área del triángulo $\boxed{A = \frac{base \times altura}{2} = \frac{10m \times 8.660254m}{2} = 43.3013m^2}$

---

10) Área rayada = Área del semicírculo – Área del triángulo = $A = \frac{1}{2}\pi R^2 - \frac{1}{2}(2R).R = \frac{1}{2}\pi R^2 - R^2 = 1m^2$

Sacando factor común R^2: $R^2\left(\frac{1}{2}\pi - 1\right) = 1m^2$; Finalmente, despejando R: $\boxed{R = \sqrt{\frac{1m^2}{\frac{1}{2}\pi - 1}} = 1.3236m}$